# RADICACIÓN – RACIONALIZACIÓN

1. **concepto**

Racionalizar es transformar el denominador irracional de una fracción en un denominador racional, para esto se utiliza un factor racionalizante.

2. **CASOS**

**a)** **<u>Racionalización de Monomio</u>.-** El factor racionalizante será aquel que trate de sacar o eliminar la raíz.

$$\frac{N}{\sqrt[n]{a}} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a^{n-1}}}}_{\text{Factor Racionalizant}} = \underbrace{\frac{N\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a}}_{\text{Expresión Racionalizad}}$$

**Ejemplo:**

- $$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}_{F.R.} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \underbrace{\frac{3\sqrt{2}}{2}}_{E.R}$$

- $\frac{5}{2\sqrt[3]{x}}$ Observa que solo se tiene que racionalizar a $\sqrt[3]{x}$.

$$\frac{5}{2\sqrt[3]{x}} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}}_{F.R.} = \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{2\sqrt[3]{x^3}} =$$

$$\underbrace{\frac{5\sqrt[3]{x^2}}{2x}}_{E.R.}$$

$$\frac{5}{2\sqrt[3]{x}} = \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{2x}$$

- $\frac{4\sqrt[5]{xyz}}{3\sqrt[5]{x^2y^3z^4}}$ Observa que solo se racionaliza a $\sqrt[5]{x^2y^3z^4}$

$$\frac{4\sqrt[5]{xyz}}{3\sqrt[5]{x^2y^3z^4}} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt[5]{x^3y^2z}}{\sqrt[5]{x^3y^2z}}}_{F.R.} =$$

$$\frac{4\sqrt[5]{x^4y^3z^2}}{3\sqrt[5]{x^5y^5z^5}}$$

$$= \frac{4\sqrt[5]{x^4y^3z^2}}{3xyz}$$

# Observación:

- $\frac{2x}{\sqrt[3]{x^7}}$ Observa que el exponente de $\sqrt[3]{x^7}$ es mayor que el índice. Por lo que vamos a buscar un F.R. para que el exponente sea múltiplo del índice

$$\frac{24}{\sqrt[3]{x^7}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{24\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^9}}$$

$$= \frac{24\sqrt[3]{x^2}}{\underbrace{x^3}_{E.R.}}$$

**b)** **<u>Racionalización de Binomio</u>**

**<u>1 Caso</u>**

Cuando el binomio es de la forma $a \pm \sqrt{b}$ ó $\sqrt{a} \pm b$.

Se utiliza diferencia de cuadrados.

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$$\frac{N}{a \pm \sqrt{b}} \cdot \underbrace{\frac{a \mp \sqrt{b}}{a \mp \sqrt{b}}}_{\text{Factor Racionalizante F.R.}} = \underbrace{\frac{N(a \mp \sqrt{b})}{a^2 - b}}_{\text{Expresión Racionalizada E.R.}}$$

**Ejemplo 1**

- $\frac{3}{2-\sqrt{3}}$ El F.R. de $2-\sqrt{3}$ es $2+\sqrt{3}$

$$= \frac{3}{(2-\sqrt{3})} \cdot \underbrace{\frac{(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})}}_{\text{F.R.}} =$$

$$\frac{3(2+\sqrt{3})}{2^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{3(2+\sqrt{3})}{4-3}$$

$$= \frac{3(2+\sqrt{3})}{1}$$

$$\frac{3}{2-\sqrt{3}} = \underbrace{6+3\sqrt{3}}_{\text{E.R.}}$$

**Ejemplo 2**

- $\frac{3}{\sqrt{7}+2}$ Su F.R. de $\sqrt{7}+2$ es $\sqrt{7}-2$

$$= \frac{3}{\sqrt{7}+2} \cdot \frac{(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}-2)} =$$

$$\frac{3(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7})^2-2^2}$$

$$= \frac{3(\sqrt{7}-2)}{7-4} = \frac{\cancel{3}(\sqrt{7}-2)}{\cancel{3}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{7}+2} = \underbrace{\sqrt{7}-2}_{\text{E.R.}}$$

**2 Caso**

Cuando el denominador es $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ se utiliza diferencia de cuadrados.

**Ejemplo:**

- $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ El F.R. de $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ es $\sqrt{5}+\sqrt{2}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})} =$$

$$\frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2}$$

- $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \underbrace{\frac{\sqrt{15}+\sqrt{6}}{3}}_{\text{E.R.}}$

**3 Caso**

Cuando el denominador es de la forma: $\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}$

$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

**Ejemplo:**

- $\dfrac{3}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{4}}$ El Factor Racionalizante de $\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{4}$ ; es $\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{28}+\sqrt[3]{16}$

$$= \frac{3}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{4}} \cdot \frac{(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{28}+\sqrt[3]{16})}{(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{28}+\sqrt[3]{16})}$$

$$= \frac{3(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{28}+\sqrt[3]{16})}{(\sqrt[3]{7})^3-(\sqrt[3]{4})^3}$$

$$= \frac{3(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{28}+\sqrt[3]{16})}{7-4}$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{28}+\sqrt[3]{16}$$

## PROBLEMAS DE CLASE

1. Efectuar:
$E=\sqrt{13+\sqrt{48}}-\sqrt{15-\sqrt{200}}-\sqrt{17+4\sqrt{15}}+\sqrt{10}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

2. Reducir:
$\sqrt{1+\sqrt{5-2\sqrt{1+2\sqrt[4]{17+12\sqrt{2}}}}}$

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $\sqrt[3]{2}$ D) 1 E) $\sqrt[4]{2}$

3. Si se cumple que: $\sqrt{\dfrac{3}{8}+\dfrac{1}{\sqrt{8}}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$

, donde: $a,b\in Q^{+}\wedge a>b$; entonces $\dfrac{a}{b}$ es igual a:

A) 4 B) 2 C) $\dfrac{2}{3}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) $\dfrac{1}{4}$

4. Sabiendo que:
$\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{x+2\sqrt{y}}$
donde $x,y>0$. Calcula: "$x+y$"

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

5. Después de racionalizar: $\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}$, se obtiene como denominador:

A) 1 B) $\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}$ C) 5 D) $\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}$ E) $\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{4}$

6. Halla el verdadero valor de la fracción racional: $F(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x^4-3x^3-8x+24}$, para $x=2$

A) $\dfrac{2}{3}$ B) $\dfrac{1}{4}$ C) $-\dfrac{3}{8}$ D) $\dfrac{5}{24}$ E) $-\dfrac{5}{12}$

7. Si la fracción algebraica $\dfrac{5x}{x^2+x-6}$ se descompone en dos fracciones parciales de numeradores A y B hallar A+B

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 10

25. Hacer racional el denominador.

$$L = \frac{4}{9+\sqrt{45}+\sqrt{63}+\sqrt{35}}$$

a) 2 b) 4

c) 6

d) 8 e) N.A.

8. Efectuar:

$$\frac{\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{5-\sqrt{21}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+\frac{\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{5-\sqrt{21}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$$

a) 8 b) 7

c) 2

d) 4 e) N.A.

9. Hallar el denominador racionalizado de:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{36}+\sqrt[3]{16}}$$

a) 5 b) 7

c) 8

d) 10 e) N.A.

10. Hallar el denominador racionalizado de:

$$\frac{7}{\sqrt[3]{75}-\sqrt[3]{30}+\sqrt[3]{12}}$$

a) 10 b) 11

c) 12

d) 3 e) N.A.

11. Al racionalizar: queda:

$$M = \frac{8}{\sqrt[7]{7^6}-\sqrt[7]{7^5}+\sqrt[7]{7^4}-\sqrt[3]{7^3}+\sqrt[7]{7^2}-\sqrt[7]{7}+1}$$

a) $\sqrt[7]{7}+1$ b) $\sqrt[7]{7}-1$

c) $\sqrt[7]{7}$

d) $\sqrt[7]{7}+7$ e) N.A.

12. Al racionalizar queda.

$$J = \frac{12}{\sqrt[6]{243}-\sqrt[6]{81}+\sqrt[6]{27}-\sqrt[6]{9}+\sqrt[6]{3}-1}$$

a) 6F.R. b) 7 F. R.

C) 8 F. R.

d) 5 F.R. e) N.A.

(F.R. Factor racionalizante).

20.Efectuar: $\frac{14}{\sqrt{18+\sqrt{128}}}$

a) 8 - √3 b) 4 - √2

c) 8 + √3

d) 8 + 2 √3 e) 8 - 2√2

21..Descomponer: $\sqrt[4]{7+\sqrt{48}}$

a) $\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$ b) √2 – 1

c) √2 + 1

d) $\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{2}$ e) N.A.

22.Calcular:

$\sqrt{11-\sqrt{120}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}-\sqrt{8+\sqrt{28}}+\sqrt{12+\sqrt{140}}$

a) 1 b) – 1 c) 0 d) 2
e) – 2

24.Calcular: $M=\sqrt[3]{26+\sqrt{675}}+\sqrt[3]{26-\sqrt{675}}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

25.Calcular:

$N=\sqrt{8+2\sqrt{12}}+\sqrt{11-2\sqrt{30}}+\sqrt{7-2\sqrt{10}}$

a) 2√6 b) √6 c) 2√5 d) √5 e) 0

26.Transformar:

$B=\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$

a) √3 – 1 b) √3 +1
c) √5 –1

d) √5 – 2 e) √5 +1

27.Transformar:

$B=2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+2\sqrt{12}}}}-\sqrt{6}$

a) 2 b) 1 c) √3
d) √2 e) 0

28.Efectuar:

$\sqrt{\sqrt{2}-1}\left(\sqrt{112+80\sqrt{2}}-\sqrt{68+52\sqrt{2}}\right)$

a) 1 b) 4 c) 0
d) 3 e) 2

29.Transformar a radicales simples:

$\sqrt{12+\sqrt{84}+\sqrt{24}+\sqrt{56}}$

a) √3 + √7 + √2 b) √4 + √3 + √5
c) √6 + √5 + 1 d) √2 + √8 +1
e) N.A.

30. Calcular "x" en:

$\sqrt{x+44+14\sqrt{x-5}}+\sqrt{x+59+16\sqrt{x-5}}=17$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 6 e) 9

31. Efectuar:

$\sqrt[12]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\,.\,\sqrt[4]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\,.\,\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

a) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ c) 1
d) $\sqrt{2}$ e) 2

32. Si el equivalente de:

$\sqrt{5x-2+2\sqrt{6x^2-7x-3}}$ , es
$\sqrt{ax+b}+\sqrt{cx-a}$ ; ∀ a, b ∈ N

Entonces el valor de: a + b + c es:

a) 3 b) 6 c) 8

d) 7 e) 9

d) -16x - 6 e) 5

33. Simplificar: $\sqrt[n]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\,.\,\sqrt[2n]{5-2\sqrt{6}}$

a) $\sqrt[n]{a}$ b) 1 c) 2
d) $\sqrt[n]{b}$ e) 6

34. Calcular el radical doble que corresponde a:

$$2\sqrt{x+2+\sqrt{8x}}-\sqrt{4x+3+\sqrt{48x}}$$

a) $\sqrt{10-2\sqrt{21}}$ b) $\sqrt{11-4\sqrt{6}}$
c) $\sqrt{7-3\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$
e) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

35. Al simplificar:

$$a\sqrt[3]{ab^4}+b\sqrt[3]{a^4b}+8\sqrt[3]{a^4b^4}-3ab\sqrt[3]{ab}$$

Se obtiene:
a) 7ab b) $7ab\sqrt[3]{ab}$ c) $7ab\sqrt{ab}$
d) $\sqrt[3]{ab}$ e) a

36. La expresión :

$$\sqrt[4]{17+6\sqrt{8}}+\sqrt{27-10\sqrt{2}}$$

es equivalente a :

a) 4 b) 6 c) $2\sqrt{2}$
d) 8 e) $6+\sqrt{2}$

37. El denominador racionalizado de:

$$\frac{\sqrt[4]{x}+2}{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}-6}$$ es:

a) $x-80$ b) $x-81$ c) $x-79$
d) $x-82$ e) $x-83$

38. Al racionalizar la expresión:

$$\frac{32}{\sqrt[3]{25}+2\sqrt[3]{5}-3}$$

El denominador entero simplificado que se obtiene es:
a) 1 b) 2 c) 4
d) 16 e) 32

39. Hallar el valor de:

$$\sqrt{12+\sqrt{140}}-\sqrt{8+\sqrt{28}}+\sqrt{11-2\sqrt{30}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}$$

a) 1 b) 0 c) 2
d) $\sqrt{3}+2$ e) $1+\sqrt{2}$

40. Racionalizar: $\dfrac{8}{\sqrt{15}+\sqrt{5}-\sqrt{3}-1}$

a) $(\sqrt{3}+3)(\sqrt{5}+1)$ b) $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{5}-1)$
c) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)$ d) $(\sqrt{3}+4)(\sqrt{5}-4)$
e) $(\sqrt{3}-1)(\sqrt{5}+1)$

41. Racionalizar: $\dfrac{7}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}$ e Indicar el denominador racionalizado.

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 8

42. Simplificar:

$$E=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) $\sqrt{5}$

43. Al racionalizar la expresión:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt[4]{2}+1}$$

El denominador entero simplificado que se obtiene es:
a) 7 b) 14 c) 4
d) 16 e) 32

44. Racionalizar: $M=\dfrac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}}$

a) $\dfrac{x+y+\sqrt{x^2-y^2}}{2y}$ b) $\dfrac{x-y+\sqrt{x^2+y^2}}{2y}$

c) $x+y-\sqrt{x^2+y^2}$ d) $\dfrac{x^2+y^2+\sqrt{x^2+y^2}}{2y}$

e) $\dfrac{x-y+\sqrt{x^2-y^2}}{2y}$

45. Simplificar:

$$P=\frac{8}{\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}}-\sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}}}$$

a) 4 b) 2 c) 3
d) 6 e) 10

46. Racionalizar: $M=\dfrac{1}{\sqrt[4]{x^{27}y^{13}}}$

a) $\dfrac{\sqrt[4]{xy}}{xy^4}$ b) $\dfrac{\sqrt[4]{xy^3}}{x^3y^4}$ c) $\dfrac{\sqrt[4]{x^3y}}{xy}$

d) $\dfrac{\sqrt[4]{xy}}{x-y}$ e) $\dfrac{\sqrt[4]{xy^3}}{x^7y^4}$

47. El equivalente de

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} \text{ es:}$$

a) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ b) $\sqrt{2}+1$ c) $\sqrt{2}-1$
d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt{3}$

48. Al simplificar: $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{72}+\sqrt{50}-\sqrt{8}}$

se obtiene:

a) 1/3 b) 1/9 c) 2/9
d) 4/9 e) 18/99

49. Proporcionar el denominador racional de la expresión:

$$\frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{14}+\sqrt{15}+\sqrt{21}}$$

a) 1 b) 2 c) 5

d) 14 e) 15

50. Efectuar:

$$\frac{\sqrt[12]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\,.\,\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\,.\,\sqrt[4]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}}{\sqrt[6]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$$

a) 1 b) 2 c) 3

d) 4 e) 5

51. Luego de simplificar:

52. Simplificar:

$$E=\frac{\sqrt{9-4\sqrt{2}}+2\sqrt{3+\sqrt{8}}+\sqrt{12+8\sqrt{2}}}{\sqrt{13+4\sqrt{10}}-\sqrt{11-2\sqrt{10}}+\sqrt{15-10\sqrt{2}}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 3) 5

## TAREA DOMICILIARIA

1. Transformar en radicales simples:

$$\sqrt{7+\sqrt{61+4\sqrt{15}}}$$

a) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ b) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$
d) $2-\sqrt{3}$ e) $\sqrt{6}+\sqrt{5}$

2. Reducir:

$$\frac{\sqrt{27+10\sqrt{2}}}{\sqrt{2}-1}-6\sqrt{2}$$

a) 6 b) 5 c) 7
d) 3 e) 4

3. Siendo $a \wedge b$ números primos, al racionalizar: $Q=\dfrac{b}{\sqrt[7]{a^4b^2}}$, el factor racionalizante es:

A) a B) ab C) $\sqrt[7]{a^4b^2}$

D) $\sqrt[7]{a^3b^5}$ E)

4. Simplificar: $J = \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{7}{3-\sqrt{2}}$

A) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}-3$ C) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $3+\sqrt{3}$

5. Indicar el denominador racionalizado en

$$J = \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5}}$$

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12